

Concours d'Accès au Doctorat

Signaux et Systèmes de Télécommunications

Epreuve Traitement du Signal et Détection & Estimation

Exercice 1: (8 points)

Soit un système linéaire invariant dans le temps avec la réponse impulsionnelle :

$$h[n] = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad |a| < 1$$

et la séquence d'entrée est donnée par :

$$x[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- 1) Calculer la séquence de sortie $y[n]$ en évaluant la convolution discrète entre $x[n]$ et $h[n]$.
- 2) Calculer la séquence de sortie $y[n]$ en calculant la transformée en z inverse du produit des transformées en z de $x[n]$ et $h[n]$.

Exercice 1: (8 points)

Considérer le test des hypothèses dans lequel

$$f_{Y|H_1}(y|H_1) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{y-1}{2}\right) \text{ et } f_{Y|H_0}(y|H_0) = e^{-y} \text{ pour } y > 0$$

1. Trouver le test du rapport de vraisemblance (LRT) et déterminer les régions de décision ?
2. Trouver la probabilité d'erreur minimale quand $P_0 = 1/2$?

N. B.: Rappelons que la fonction rectangulaire $\text{rect}(y)$ est définie par:

$$\text{rect}(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } |y| > 1/2 \\ 1/2 & \text{si } |y| = 1/2 \\ 1 & \text{si } |y| < 1/2 \end{cases}$$

Exercice 2: (4 points)

Soit Y une variable aléatoire Gaussienne de moyenne nulle et de variance σ^2 .

1. Obtenir le MLE $\hat{\sigma}_{ML}$ de σ et le MLE $\hat{\sigma}_{ML}^2$ de σ^2 ?
2. Ces estimateurs sont-ils non biaisés ?